

Student:
Promotor:
Recenzent:
Temat pracy:

MATEMATYKA KOMPUTEROWA [proszę wybrać 10 – 15 pytań z całej listy]

1. Metody programowania matematycznego: dynamiczne i liniowe. Metody konstrukcji algorytmów, przykłady zastosowania.
2. Rekurencja i jej realizacja za pomocą stosu. Metoda „dziel i zwyciężaj” konstrukcji algorytmów, przykłady jej zastosowania, analiza złożoności.
3. Omówić mechanizm dziedziczenia w klasach w języku C++. Omówić sposób implementacji metod wirtualnych.
4. Definicja równania różniczkowego cząstkowego i zagadnienia dobrze postawionego. Podstawowe równania różniczkowe cząstkowe rzędu drugiego (równanie Laplace’a, Poissona, dyfuzji, falowe), przykłady zagadnień związanych z tymi równaniami.
5. Metoda charakterystyk dla równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego.
6. Metody energetyczne dla równań cząstkowych. Zbieżność do zera w normie L^2 dla równania ciepła i zachowanie energii dla równania falowego z warunkiem brzegowym Dirichleta.
7. Metoda rozdzielania zmiennych (Fouriera) dla równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego na wybranym przykładzie.
8. Zasady maksimum dla równań cząstkowych.
9. Odwzorowania liniowe i ograniczone w przestrzeniach Banacha. Równoważność ciągłości i ograniczoności. Równoważne definicje normy odwzorowania liniowego.
10. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym w przestrzeniach Hilberta.
11. Układy ortonormalne w przestrzeniach Hilberta. Warunki równoważne na to, by układ ortonormalny był bazą.
12. Zupełność układu ortonormalnego opartego o funkcje trygonometryczne w przestrzeni $L^2(-\pi, \pi)$.
13. Funkcjonały liniowe, przestrzeń dualna i twierdzenie Riesz o postaci funkcyjonału w przestrzeni Hilberta.
14. Przykłady przestrzeni metrycznych zupełnych. Twierdzenie Cantora o zstępującym ciągu zbiorów w przestrzeni zupełnej, Twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym. Retrakt i retrakcja.
15. Definicja dyfeomorfizmu, twierdzenie o funkcji uwikłanej, twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie.

16. Przestrzenie topologiczne, metody wprowadzania topologii. Bazy i bazy otoczeń. Topologia indukowana, topologia produktowa, topologia ilorazowa.
17. Podać definicję deterministycznej maszyny Turinga oraz przykłady modyfikacji: wielościeżkowa, wielotaśmowa, niedeterministyczna. W jaki sposób modyfikacje maszyny Turinga wpływają na obliczalność, a w jaki na złożoność problemu?
18. Wymienić co najmniej trzy modele obliczeń równoważne maszynie Turinga. Teza Churcha-Turinga. Problem stopu dla maszyn Turinga.
19. Funkcje pierwotnie rekurencyjne i (częściowe) funkcje rekurencyjne. Kodowanie Gödla. Twierdzenie o postaci normalnej i jego konsekwencje.
20. Definicje klas złożoności obliczeniowej: P, NP, EXP, NEXP, L, NL, PSPACE, NPSPACE, EXP-SPACE, NEXPSPACE oraz relacje pomiędzy poszczególnymi klasami. Twierdzenie Savitcha.
21. Definicje redukcji (wielomianowej i logarytmicznej) oraz zupełności problemu. Sposoby dowodzenia NP-zupełności problemu. Definicja problemu 3SAT. Uzasadnić, że jest on NP-zupełny.
22. Każdy wierzchołek 8-kąta foremego kolorujemy jednym z trzech różnych kolorów. Dwa tak pokolorowane 8-kąty uznajemy za identyczne, jeśli jeden można otrzymać z drugiego przez zastosowanie pewnej jego izometrii własnej. Ile różnych tak pokolorowanych 8-kątów otrzymamy?
23. Ciała skończone: konstrukcja i przykład zastosowania.
24. Skończone płaszczyzny rzutowe: definicja, własności oraz znane metody konstrukcji.
25. Definicja wartości własnych grafu oraz oszacowania za ich pomocą liczby chromatycznej.
26. Interpolacja trygonometryczna funkcji okresowych. Dyskretna transformacja Fouriera. FFT.
27. Algorytm QR diagonalizacji macierzy.
28. Algorytm diagonalizacji macierzy symetrycznych metodą obrotów Jacobiego.
29. Wielowymiarowa metoda Newtona rozwiązywania równań nieliniowych.
30. Wartości własne i wektory własne macierzy, tw. Gerszgorina i ich zależność od współczynników macierzy (ciągłość i gładkość).