

Przykładowy zestaw tematów na egzamin licencjacki

1. Narysować na płaszczyźnie zbiór $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \log y < \log x^2\}$
2. Znaleźć $\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \bigcap_{t > 0} \bigcap_{s < 0} ((s - 1, t + k) \setminus \{\frac{k}{2}\})$.
3. Znaleźć kres dolny i kres górny zbioru $A = \{k - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}_1, k \in \{1, 2, 3, 4\}\}$
($\mathbb{N}_1 = \mathbb{N} \cap (0, +\infty)$)
4. Obliczyć granicę: $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{2+x}{3-x})^x$
5. Określić, dla jakich liczb rzeczywistych x szereg: $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}$ jest bezwzględnie zbieżny, warunkowo zbieżny, rozbieżny.
6. Obliczyć całkę nieoznaczoną: $\int \frac{x+1}{x^2+4} dx$.
7. Znaleźć wszystkie liczby rzeczywiste a , dla których macierz $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & a+2 \end{bmatrix}$ jest odwracalna.
8. Przedstawić permutację (6 7 4 1 3 2 5) w postaci iloczynu permutacji cyklicznych.
9. Zweryfikować zwartość i spójność następujących podzbiorów \mathbb{R}^2 (nie dowodzić):
 $A = (0, 1) \times [1, 2]$, $B = \mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$, $\{(x, y) : y = \sin \frac{1}{x}, x \in (0, 1]\}$.
10. Obliczyć macierz pochodnej funkcji
 $f : (0, +\infty) \times (0, +\infty) \ni (x, y) \mapsto (\sqrt{2xy + y^2}, \ln \frac{x}{y}) \in \mathbb{R}^2$
11. Obliczyć $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$, gdzie D jest kołem na płaszczyźnie o środku $(0, 0)$ i promieniu 1.
12. Znaleźć całkę ogólną równania różniczkowego $y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = 3x$ ($x > 0$).
13. Wśród 65 monet jest jedna z dwoma orłami. Wykonano 6 rzutów pewną losowo wybraną monetą; za każdym razem wypadł orzeł. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wybraną monetą była właśnie ta z dwoma orłami.